Прикаспийская межрегиональная олимпиада школьников в 2024-2025 уч. г.

Второй тур

Шифр участника

МАТЕМАТИКА
11 КЛАСС

Задача 1

Один из двух приведенных квадратных трехчленов имеет два корня, меньших 2025, другой – два корня, больших 2025. Может ли сумма этих двух трехчленов иметь один корень, меньший 2025, а другой – больший 2025?

Ответ:______________________________

Задача 2

Назовем «современными» числа вида $\sqrt{a+b\sqrt{2024}}$, где a, b –целые ненулевые числа. Назовем «грядущими» числа вида $\sqrt{c+d\sqrt{2072}}$, где c, d –целые ненулевые числа. Может ли «грядущее» число равняться сумме нескольких «современных»?

Ответ:______________________________

Задача 3.

Произведение положительных чисел $a_1, \ldots, a_{2025}$ равно 1. Какое наименьшее значение может иметь произведение $(a_1 + 1)\ldots(a_{2025} + 1)$?

Ответ:______________________________

Задача 4.

Из вершины B остроугольного треугольника ABC проведены перпендикуляры к сторонам AB и BC до пересечения с прямой AC в точках P и Q соответственно. Докажите, что описанные окружности треугольников ABC и PBQ касаются.

Ответ:______________________________

Задача 5.

В основании $A_1A_2\ldots A_n$ пирамиды $SA_1A_2\ldots A_n$ лежит точка O, причем $SA_1 = SA_2 = \ldots = SA_n$ и $\angle SA_1O = \cdots = \angle SA_nO$. При каком наименьшем значении n отсюда следует, что SO – высота пирамиды?

Ответ:______________________________