

Прикаспийская межрегиональная олимпиада школьников в

2025-2026 уч. г.

Второй тур

МАТЕМАТИКА

11 КЛАСС

1. Если натуральное двузначное число уменьшить на 54, то получится двузначное число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке. В ответе укажите медиану числового ряда, составленного из всех таких чисел.
2. Докажите, что $\frac{1}{1+x^2} + \frac{1}{1+y^2} \leq \frac{2}{1+xy}$ для любых $x, y \in [0;1]$.
3. Сколько полных квадратов содержится среди чисел вида a^a , где $1 \leq a \leq 200$.
4. На выставке собак по жеребьёвке каждой из них достался порядковый номер от 1 до 24. В связи со здоровьем одна из собак не смогла выступить на конкурсе. Оказалось, что среди 23 оставшихся одна имеет номер, равный среднему арифметическому номеров оставшихся собак. Какой порядковый номер имела собака, которая не смогла участвовать в выставке? Если задача имеет не единственное решение, то выпишите в ответ эти номера без пробела в порядке возрастания.
5. Путник подошёл к источнику с двумя пустыми канистрами, одна вмещала 10 л, а другая – 8 л. Вода из источника текла двумя струями – одна сильнее, другая слабее. Путник одновременно подставил канистры под струи и, когда набралась половина меньшей канистры, поменял канистры местами. К его удивлению, канистры наполнились одновременно. Во сколько раз больше воды даёт более сильная струя, чем более слабая?