

Задания для олимпиады по математике (1 тур) 11 класс.

1. В ящике a белых и b черных шаров. Из ящика наудачу вытаскивают два шара. При каком наибольшем значении a событие «шары одного цвета» менее вероятно, чем событие «шары разных цветов».
2. Дана правильная четырехугольная пирамида $SABCD$, $AB = 2$, $SA = \sqrt{17}$. Доказать, что для каждой точки внутри этой пирамиды сумма расстояний до плоскостей всех граней одинакова. Найти эту сумму.
3. В треугольнике CA_1B_1 угол C прямой, $CA_1 = 3$, $CB_1 = 4$. Окружность ω_1 касается гипотенузы A_1B_1 и продолжений сторон CA_1 и CB_1 . К этой окружности проведена касательная, параллельная прямой A_1B_1 и пересекающая лучи CA_1 и CB_1 в точках A_2 и B_2 соответственно. Окружность ω_2 касается гипотенузы A_2B_2 треугольника CA_2B_2 и продолжений сторон CA_2 и CB_2 . К этой окружности проведена касательная, параллельная прямой A_1B_1 и пересекающая лучи CA_4 и CB_1 в точках A_3 и B_3 соответственно. Затем аналогичным образом строится окружность ω_3 , и так далее. Вычислить радиус окружности ω_{2023} .
4. Найдите остаток от деления суммы $1 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 2^2 + 4 \cdot 2^3 + \dots + 2024 \cdot 2^{2023}$ на 2023.