

## Олимпиада 24-25

### Математика

### Заочный тур

#### 7 класс

1. Дети играли в шахматы. Паша всегда выигрывал у Саша, а у Димы он выигрывал один матч из пяти. В итоге Паша выиграл ровно половину матчей с Сашей и Димой, в которых принимал участие. Какую долю матчей Паша играл с Сашей. Ответ округлить до тысячных.
2. В пенале есть 222 карандаша: красные, зеленые, черные и белые. Если из пенала вытащить ровно две сотни карандашей, то среди них обязательно найдутся четыре карандаша разного цвета. Какое наименьшее количество карандашей надо вытащить чтоб среди них наверняка были 3 карандаша разного цвета.
3. В трех 30 литровых бидонах налито молоко жирности 10%, 20% и 30% соответственно. Какое наибольшее количество молока 16% жирности можно получить, смешивая молоко из трех имеющихся бидонов? Ответ округлить до десятых.
4. Два скорохода вышли в одно время. Один из города в село, другой из села в город. Когда они встретились то первому надо идти ещё 9 минут, а второму 16 минут. Через сколько минут после старта они встретились?
5. Капитан Джек Воробей поделил монеты с Юнгой. Если Джек отберет у юнги ещё несколько монет, то у него станет в четыре раза больше, если же отдаст 90 монет, то у юнги будет в 5 раз больше. Какое минимальное количество монет они могли делить.

## 8 класс

1. Три лодки должны проплыть от причала до острова и обратно. Расстояние между причалом и островом 120 км. Сначала стартует первая лодка, вторая стартует через час, а ещё через час стартует третья лодка. По пути к острову все три лодки встречаются в одной точке. Третья лодка доплыв до острова и сразу повернув обратно встречает вторую лодку на расстоянии 108 км от причала, а первую встречает на расстоянии 100 км от причала. Найдите скорости лодок.
2. Девушка с двумя кувшинами 10 литров и 8 литров пошла за водой. Из горы било две струи воды, одна сильнее, а вторая слабее. Она подставила кувшины под струи и, когда набралось половина меньшего кувшина, поменяла местами кувшины, и к удивлению оба сосуда наполнились одновременно. Во сколько раз больше воды дает сильная струя чем слабая?
3. Гепард погнался за антилопой. Прыжок гепарда на 22% короче прыжка антилопы. За некоторый промежуток времени антилопа и гепард делают целое количество прыжков, но гепард на  $p\%$  делает больше прыжков за этот промежуток. Определить максимальное целое значение  $p$ , при котором гепард не может догнать антилопу.
4. В марафоне участвовало 24 бегуна, с порядковыми номерами 1, 2, 3, ..., 24. Одного бегуна дисквалифицировали перед соревнованием. Оказалось, что среди оставшихся бегунов у одного номер равен среднему арифметическому номеров оставшихся спортсменов. Какой максимальный номер имеет дисквалифицированный бегун?
5. Максим идет в магазин покупать шоколадки. Вчера он купил шоколадок на 48 рублей. В магазине он узнал, что товар подорожал на столько рублей, на сколько 5,5 больше чем количество шоколадок, купленных в прошлый раз. В этот раз он купил шоколадки на максимально возможную сумму. Определить количество купленных шоколадок.



## 10 класс

1. Числа  $x$ ,  $y$  и  $z$  попарно различны и удовлетворяют соотношениям

$$x + \frac{1}{y} = y + \frac{1}{z} = z + \frac{1}{x}. \text{ Чему равно } x^2 \cdot y^2 \cdot z^2?$$

2. Пусть  $f(x-1) = 2x-1$  и  $f(g(x)) = 4x-5$ . Найти  $g(x)$ .

3. Определите отношение двух положительных чисел, если отношение их среднего арифметического к среднему геометрическому равно 49:48.

4. Из концов диаметра, равного 30 см, проведены по одну сторону от него две хорды длиной 29 см и 25 см. Определите расстояние между концами хорд, не лежащими на диаметре.

5. Пусть  $x > y > 0$ . Найти натуральные решения уравнения

$$x^3 + 7y = y^3 + 7x.$$

## 11 класс

1. Какова наибольшая вероятность попасть в мишень 3 раза при 5 выстрелах?
2. В цилиндрическую банку с радиусом основания  $(2\sqrt{3} + 3)/3$  и высотой  $4\sqrt{6} + 2$  уложены шары радиуса 1. Сверху банка закрыта плоской крышкой. Какое максимальное число шаров может быть в банке?
3. На окружности даны пять точек А, В, С, D, Е. Расстояния от точки А до прямых ВС, CD, DE равны соответственно b, c, d. Найти расстояние от точки А до прямой ВЕ.
4. Найдите значения параметра  $a$ , при которых уравнение

$$\frac{2x}{1+x^2} + a \left( \frac{x^2-1}{x} \right)^4 + a^2 = 0$$

имеет единственный корень.

5. Одна из цифр четырехзначного числа – нуль (возможно нулей несколько). При вычеркивании этого нуля число уменьшается в 9 раз. Найти все такие числа.